

Adı Soyadı:
Numarası:

Cevap Anahtarı

04.04.2019

2018-2019 BAHAR DÖNEMİ MODÜL TEORİSİ QUIZ SORULARI

- 1) R bir halka I , R 'nin bir ideali olsun. R/I bölüm halkası bir R -Modüldür, gösteriniz.

$$R \times R/I \longrightarrow R/I$$
$$(r, \bar{a}) \longrightarrow r\bar{a} = \overline{ra} \quad (\bar{a} = a + I)$$

- 1) $\forall r, s \in R, \bar{a} \in R/I \Rightarrow (r+s)\bar{a} = \overline{(r+s)a} = \overline{ra+sa}$
 $= \overline{ra} + \overline{sa} = r\bar{a} + s\bar{a}$
- 2) $\forall r \in R, \forall \bar{a}, \bar{b} \in R/I \Rightarrow r(\bar{a} + \bar{b}) = r(\overline{a+b}) = \overline{r(a+b)}$
 $= \overline{ra+rb} = \overline{ra} + \overline{rb} = r\bar{a} + r\bar{b}$
- 3) $\forall r, s \in R, \forall \bar{a} \in R/I$ için $r(s\bar{a}) = r(\overline{sa}) = \overline{r(sa)}$
 $= \overline{(rs)a} = \overline{rs} \bar{a}$

- 2) A ve B , M R -Modülünün alt modülleri olsun. $A+B$ de M R -Modülünün alt modülüdür, gösteriniz.

$$A+B = \{a+b \mid a \in A, b \in B\}$$

- 1) $\forall a_1+b_1, a_2+b_2 \in A+B \Rightarrow a_1, a_2 \in A, b_1, b_2 \in B$
 $(a_1+b_1) - (a_2+b_2) = a_1+b_1 - a_2 - b_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)$
 $(a_1, a_2 \in A, a_1 - a_2 \in A, b_1, b_2 \in B, b_1 - b_2 \in B)$

$(a_1+b_1) - (a_2+b_2) \in A+B$ bulunur.

- 2) $\forall r \in R, \forall a+b \in A+B \Rightarrow a \in A, b \in B$
 $r(a+b) = ra + rb \in A+B$ ($ra \in A, A$ alt modül
 $rb \in B, B$ alt modül)